396.

а) $a_1 = 10$; $d = 1$; $a_n = 99$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то

$99 = 10 + n - 1$. Тогда $n = 90$;

$$S_{90} = \frac{a_1 + a_{90}}{2} \cdot 90 = \frac{10 + 99}{2} \cdot 90 = 109 \cdot 45 = 4905.$$

б) $a_1 = 100$; $d = 1$; $a_n = 999$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то

$999 = 100 + n - 1$. Т.е. $n = 900$;

$$S_{900} = \frac{a_1 + a_{900}}{2} \cdot 900 = \frac{100 + 999}{2} \cdot 900 = 1099 \cdot 450 = 494550.$$

397.

1) $a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$; $a_{50} = 3 \cdot 50 + 5 = 155$;

$$S_{50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \cdot 50 = \frac{8 + 155}{2} \cdot 50 = 163 \cdot 25 = 4075;$$

2)$a_1 = 7 + 2 = 9$; $a_{50} = 7 + 2 \cdot 50 = 107$;

$$S_{50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \cdot 50 = \frac{9 + 107}{2} \cdot 50 = 116 \cdot 25 = 2900.$$

398.

$a_1 = 7$, $a = a_{n+1} - a_n = -3$, $a_9 = 7 - 3 \cdot 8 = -17$.

Тогда $S_9 = \dfrac{7 - 17}{2} \cdot 9 = -45$.

399.

$a_1 = 3$; $d = 1$.

Т.к. $S_n = \dfrac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$, то $75 = \dfrac{6 + (n-1)}{2} \cdot n$;

$150 = 6n + n^2 - n$;

$n^2 + 5n - 150 = 0$. Решим:

$n_1 = 10$, $n_2 = -15$ – не натуральное.

Ответ: 10.

400.

1) $\underline{a_1 = 10;\ n = 14;\ S_{14} = 1050}$.

Т.к. $S_{14} = \dfrac{2a_1 + 13d}{2} \cdot 14$, то

2) $\underline{a_1 = 2\frac{1}{2};\ n = 10;\ S_{10} = 90\frac{5}{6}}$.

Т.к. $S_{10} = \dfrac{2a_1 + 9 \cdot d}{2} \cdot 10$, то

$1050 = \frac{20+13d}{2} \cdot 14$.

Отсюда $1050 = 7(20 + 13d)$;

$910 = 91d$ и $d = 10$.

Тогда $a_{14} = a_1 + 13d$;

$a_{14} = 10 + 130 = 140$;

$90\frac{5}{6} = \left(4\frac{2}{3} + 9d\right) \cdot 5$.

Отсюда $90\frac{5}{6} - 23\frac{1}{3} = 45d$;

$45d = 67\frac{1}{2}$ и $d = 1{,}5$.

Тогда $a_{10} = a_1 + 9d$;

$a_{10} = 2\frac{1}{3} + 13\frac{1}{2} = 15\frac{5}{6}$.

401.

1) $\underline{a_7 = 21; S_7 = 205.}$

Т.к. $S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$, то

$205 = \frac{a_1 + 21}{2} \cdot 7$;

$410 = 7a_1 + 147$;

$7a_1 = 263$.

Тогда $a_1 = 37\frac{4}{7}$.

Т.к. $a_7 = a_1 + 6d$, то

$21 = 37\frac{4}{7} + 6d$;

$6d = -16\frac{4}{7}$;

$d = -\frac{58}{21}$.

Итак $d = -2\frac{16}{21}$.

2) $\underline{a_{11} = 92; S_{11} = 22.}$

Т.к. $S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11$, то

$22 = \frac{a_1 + 92}{2} \cdot 11$;

$44 = (a_1 + 92) \cdot 11$;

$a_1 + 92 = 4$.

Тогда $a_1 = -88$.

Т.к. $a_{11} = a_1 + 10d$, то

$92 = -88 + 100d$;

$180 = 10d$.

Итак $d = 18$.

402.

$a_n = 12$; $d = 1$; $a_1 = 1$. Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то $12 = 1 + n - 1$.
Тогда $n = 12$. $S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12$; $S_{12} = \frac{1+12}{2} \cdot 12 = 13 \cdot 6 = 78$ (брёвен).

403.

$a_3 + a_9 = a_{1+2} + a_{11-2} = a_1 + a_{11} = 8$ (из предыдущих задач).

$S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11$.

Тогда $S_{11} = \frac{8}{2} \cdot 11 = 44$.

404.

Т.к. $S_5 = \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5$, т.к. $S_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10$,

то $65 = \frac{\cancel{2}(a_1 + 2d)}{\cancel{2}} \cdot 5$, то $230 = (2a_1 + 9d) \cdot 5$.

Тогда $\underline{13 = a_1 + 2d}$. Тогда $\underline{2a_1 + 9d = 46}$ $| : 2$,

получим $\begin{cases} a_1 + 2d = 13 \\ 2a_1 + 9d = 46 \end{cases}$; $\begin{cases} 5d = 20 \\ a_1 + 2d = 13 \end{cases}$; $\begin{cases} d = 4 \\ a_1 = 5 \end{cases}$.

405.

$S_{12} = \frac{2a_1 + 11d}{2} \cdot 12$; $S_{12} = 6 \cdot (2a_1 + 11d)$. Тогда

$S_8 - S_4 = \frac{2a_1 + 7d}{2} \cdot 8 - \frac{2a_1 + 3d}{2} \cdot 4 = 4 \cdot (2a_1 + 7d) - 2 \cdot (2a_1 + 3d) =$
$= 8a_1 + 28d - 4a_1 - 6d = 4a_1 + 22d$;

$3(S_8 - S_4) = 3 \cdot (4a_1 + 22d) = 3 \cdot 2(2a_1 + 11d) = 6 \cdot (2a_1 + 11d)$,
получили: $S_{12} = 3(S_8 - S_4)$.

407.

1) $\underline{b_1 = 12, q = 2;}$
$b_2 = b_1 \cdot q = 12 \cdot 2 = 24$;
$b_3 = 24 \cdot 2 = 48$;
$b_4 = 48 \cdot 2 = 96$;
$b_5 = 192$;

2) $\underline{b_1 = -3, q = -4;}$
$b_2 = b_1 \cdot q = -3 \cdot (-4) = 12$;
$b_3 = 12 \cdot (-4) = -48$;
$b_4 = -48 \cdot (-4) = 192$;
$b_5 = 192 \cdot (-4) = -768$.

408.

1) $\underline{b_n = 3 \cdot 2^n.}$
Пусть $b_{n+1} = 3 \cdot 2^{n+1}$.
Тогда $\frac{b^{n+1}}{b^n} = \frac{3 \cdot 2^{n+1}}{3 \cdot 2^n} = \frac{\cancel{3} \cdot 2^n \cdot 2}{\cancel{3} \cdot \cancel{2}^n} = 2$,

т.к. $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n то b_n – геометрическая прогрессия.

2) $\underline{b_n = 5^{n+3}}$.
Пусть $b_{n+1} = 5^{n+4}$.
Тогда $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{5^{n+4}}{5^{n+3}} = \frac{\cancel{5}^n \cdot 5^4}{\cancel{5}^n \cdot \cancel{5}^3} = 5$ т.к. $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n, то

b_n – геометрическая прогрессия.

3) $b_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$.

Пусть $b_{n+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$;

$$\frac{b^{n+1}}{b^n} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{n} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} = \frac{1}{3}$$ т.к. $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n,

то b_n – геометрическая прогрессия.

4) $b_n = \frac{1}{5^{n-1}}$.

Пусть $b_{n+1} = \frac{1}{5^n}$;

$$\frac{b^{n+1}}{b^n} = \frac{\frac{1}{5^n}}{\frac{1}{5^{n-1}}} = \frac{\frac{1}{5^n}}{\frac{1}{5^n} \cdot 5} = \frac{1}{5},$$

т.к. $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n, то b_n – геометрическая прогрессия.

409.

1) Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$b_4 = b_1 \cdot q^3$, $b_4 = 3 \cdot 10^3 = 3000$.
2) Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$b_7 = b_1 \cdot q^6 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{4}{6} = \frac{1}{16}$.
3) Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$b_5 = b_1 \cdot q^4 = 1 \cdot (-2)^4 = 16$.
4) Т.к. $b_n - b_1 \cdot q^5$, то
$b_6 = b_1 \cdot q^5 = -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{-3}{-243} = \frac{1}{81}$.

410.

1) $b_1 = 4$; $q = 3$; Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$,
то $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$;

2) $b_1 = 3$; $q = \frac{1}{3}$; Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то $b_n = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$;

3) $b_1 = 4$; $q = -\frac{1}{4}$; Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то $b_n = 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$;

4) $b_1 = 3$; $q = -\frac{4}{3}$; Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то $b_n = 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$.

411.

1) $\underline{b_1 = 6;\ b_2 = 12,\ \dots,\ b_n = 192}$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{6} = 2$.

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$192 = 6 \cdot 2^{n-1}$, но $32 = 2^5$, значит,

$32 = 2^{n-1}$, $2^5 = 2^{n-1}$;

$5 = n - 1$;

$n = 6$;

2) $\underline{b_1 = 4;\ b_2 = 12,\ \dots,\ b_n = 324}$;

$q = \frac{12}{4} = 3$.

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$324 = 4 \cdot 3^{n-1}$;

$81 = 3^{n-1}$, $3^4 = 3^{n-1}$, значит,

$4 = n - 1$;

$n = 5$;

3) $\underline{b_1 = 625;\ b_2 = 125,\ \dots,\ b_n = \frac{1}{25}}$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{125}{625} = \frac{1}{5}$;

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$\frac{1}{25} = 625 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$, значит,

$5^{-2} = 5^4 \cdot 5^{1-n} = 5^{5-n}$, отсюда

$-2 = 5 - n$

и $n = 7$;

4) $\underline{b_1 = -1;\ b_2 = 2,\ \dots,\ b_n = 128}$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = -2$ Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$128 = -1 \cdot (-2)^{n-1}$;
$-128 = (-2)^{n-1}$, получили:
$(-2)^7 = (-2)^{n-1}$, тогда
$7 = n - 1$
и $n = 8$.

412.

1) $\underline{b_1 = 2;\ b_5 = 162.}$
Т.к. $b_5 = b_1 \cdot q^4$, то
$162 = 2 \cdot q^4$;
$81 = q^4$;
$3^4 = q^4$, поэтому $q_1 = 3$, $q_2 = -3$;

2) $\underline{b_1 = -128;\ b_7 = -2.}$
Т.к. $b_7 = b_1 \cdot q^6$, то
$-2 = 128 \cdot q^6$, значит $q^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6$;
$\frac{1}{64} = q^6$;
$q_1 = \frac{1}{2}$, $q_2 = -\frac{1}{2}$;

3) $\underline{b_1 = 3;\ b_4 = 81.}$
Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то
$81 = 3 \cdot q^3$;
$q^3 = 27$ поэтому $q = 3$;

4) $\underline{b_1 = 250;\ b_4 = -2.}$
Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то
$-2 = 250 \cdot q^3$;
$q^3 = -\frac{1}{125}$ поэтому $q = -\frac{1}{5}$.

413.

1) $b_1 = 2$; $q = 3$. Т.к. $b_8 = b_1 \cdot q^7$, то
$b_8 = 2 \cdot 3^7 = 4374$;
2) Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $162 = 2 \cdot 3^{n-1}$;
$81 = 3^{n-1}$, $3^{n-1} = 3^4$, значит,
$4 = n - 1$, $n = 5$.

414.

1) $\underline{b_8 = \frac{1}{9};\ b_6 = 81.}$
Т.к. $b_7 = \sqrt{b_8 b_6}$, то
$b_7 = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 81} = \sqrt{9} = 3$.
Тогда $q = \frac{b_8}{b_7} = \frac{1}{27}$.

2) $\underline{b_6 = 9;\ b_8 = 3.}$
Т.к. $b_7 = \sqrt{b_8 b_6}$, то
$b_7 = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$.
Тогда $q = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

415.

1) $\underline{b_4 = 5;\ b_6 = 20.}$

2) $\underline{b_4 = 9;\ b_6 = 4.}$

Т.к. $b_5 = \pm\sqrt{b_4 \cdot b_6}$, то

$b_5 = \pm\sqrt{5 \cdot 20} = \pm 10$.

Т.к. $b_6 = b_4 \cdot q^2$, то

$20 = 5 \cdot q^2$.

Тогда $q^2 = 4$, $q_1 = 2$ или $q_2 = -2$;

$b_4 = b_1 \cdot q^3$; $5 = b_1 \cdot (-2)^3$.

Если $q = 2$, то $b_1 = \frac{5}{8}$, $b_5 = 10$.

Если $q = -2$, то $b_1 = -\frac{5}{8}$.

$b_5 = -10$, $b_1 = -\frac{5}{8}$.

Ответ: $b_5 = 10$, $b_1 = \frac{5}{8}$,

$b_5 = -10$, $b_1 = -\frac{5}{8}$.

Т.к. $b_5 = \pm\sqrt{b_4 \cdot b_6}$, то

$b_5 = \pm\sqrt{9 \cdot 4} = \pm 6$.

Т.к. $b_6 = b_4 \cdot q^2$, то

$q^2 = \frac{20}{5} = 4$; $4 = 9 \cdot q^2$, $q^2 = \frac{9}{4}$.

Тогда $q = \frac{2}{3}$ либо $q = -\frac{2}{3}$;

$b_4 = b_1 \cdot q^3$;

$9 = b_1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$ либо $9 - b_1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$;

$b_1 = 9 \cdot \frac{27}{8} = \frac{243}{8} = 30\frac{3}{8}$ либо

$b_1 = -30\frac{3}{8}$.

Ответ: $b_5 = 6$, $b_1 = 30\frac{3}{8}$;

$b_5 = -6$, $b_1 = -30\frac{3}{8}$.

416.

$q = 1{,}2$

$b_2 = 300000 \cdot 1{,}2 = 360000$.

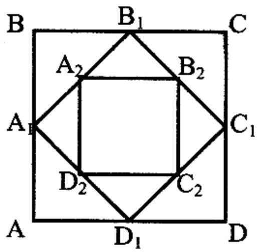
Тогда $300000 + 360000 = 660000$ р.

$660000 \cdot 1{,}2 = 792000$.

Отсюда $660000 + 792000 = 1452000$ р.

Ответ: 1 452 000 р.

417.



ABCD – квадрат,

AB = 4 см,

A_1, B_1, C_1, D_1 – середины соответствующих сторон.
Докажем, что S_A, S_{A1}, S_{A2}, … – геометрическая прогрессия.
и найдем S_7

$AB = 4$ см, $A_1B_1 = 2\sqrt{2}$ см, $A_2B_2 = 2$ см, $A_3B_3 = \sqrt{2}$ см.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{A_1B_1}{AB} = \dfrac{2\sqrt{2}}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \dfrac{A_2B_2}{A_1B_1} = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right\}, \text{ значит, } \quad b_1 = 4; \quad q = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad S_1 = b_1^2; \; S_n = b_n^2;$$

$b_n = 4\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$. Т.к. $S_7 = (b_7)^2, \text{то}$ $S_7 = (b_7)^2 = (b_1 \cdot q^6)^2 = b_1^2 \cdot q^{12}$;

$b_n = 8\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}$. Тогда $S_7 = 4^2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{12} = 2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$ см^2.

Ответ: $8\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}$; $S_7 = \frac{1}{4}$ (см^2).

419.

1) Если b_1, b_2, b_3 – члены геометрической прогрессии, то $b_2^2 = b_1 \cdot b_3$, т.е. $\cos^2\alpha = (1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha) = 1 - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha$, это верно.

2) Докажем, что $\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}$;

$$\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \frac{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}{\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}},$$

Но и $$\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\left(\sin\frac{\alpha}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}\right)^2}{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}},$$

получили, что
b_1, b_2, b_3 – геометрическая прогрессия.

420.

1) $b_1 = \frac{1}{2}$; $q = 2$; $n = 6$.

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$$S_6 = \frac{\frac{1}{2}(1-q^6)}{1-2} = \frac{1-64}{-2} = 31{,}5;$$

2) $b_1 = -2$; $q = \frac{1}{2}$; $n = 5$.

Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то

$$S_5 = \frac{-2\cdot\left(1-\frac{1}{32}\right)}{1-\frac{1}{2}} = -4\cdot\frac{31}{32} = -\frac{31}{8};$$

3) $b_1 = 1$; $q = -\frac{1}{3}$; $n = 4$.

Т.к. $S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q}$, то

$$S_4 = \frac{1\cdot\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^4\right)}{1+\frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{80\cdot 3}{81\cdot 4} = \frac{20}{27}$$

4) $b_1 = -5$; $q = -\frac{2}{3}$; $n = 5$.

Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то

$$S_5 = \frac{-5\cdot\left(1-\left(-\frac{2}{3}\right)^5\right)}{1+\frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{-5\cdot\left(1+\frac{32}{243}\right)}{\frac{5}{3}} = -\frac{275}{81}$$

5) $b_1 = 6$; $q = 1$; $n = 200$,
т.к. $q = 1$, то прогрессия вырождена и $S_{200} = 6\cdot 200 =$
$= 1200$.

6) $b_1 = -4$; $q = 1$; $n = 100$,
т.к. $q = 1$, то прогрессия вырождена и $S_{200} = -4\cdot 100 =$
$= -400$.

421.

1) $b_1 = 5$; $q = 2$. Т.к. $S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$, то

$$S_7 = \frac{5\cdot(1-2^7)}{1-2} = -5(1-128) = 635;$$

2) $b_1 = 2$; $q = 3$. Т.к. $S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$, то

$$S_7 = \frac{2\cdot(1-3^7)}{1-3} = 3^7 - 1 = 2187 - 1 = 2186;$$

422.

1) Т.к. $b_7 = b_1 \cdot q^6$ и $q = 2$, то Т.к. $S_7 = \dfrac{b_1(1-q^7)}{1-q}$, то

$b_7 = 5 \cdot 64$; $-635 = b_1(1 - 128)$.
Тогда $b_7 = 320$; $b_1 = -635 : (-127) = 5$.
Ответ: $b_7 = 320$, $b_1 = 5$.
2)

а) Т.к. $\dfrac{b_1(1-q^8)}{1-q} = S_8$, то

$85 \cdot 3 = b_1 \cdot (1 - 256)$.
Тогда $b_1 = (85 \cdot 3) / (-255) = 255/(-255) = -1$.
б) Т.к. $b_8 = b_1 \cdot q^7$, то
$b_8 = (-1) \cdot (-2)^7 = 128$.
Ответ: $b_1 = -1$, $b_8 = 128$.

423.

1) $\underline{S_n = 189,\ b_1 = 3,\ q = 2.}$

Т.к. $S_n = \dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$189 = \dfrac{3 \cdot (1-2^n)}{1-2}$;

$-189 = 3 \cdot (1 - 2^n)$;
$-63 = 1 - 2^n$;
$-64 = -2^n$;
$2^n = 2^6$, поэтому
$n = 6$;

2) $\underline{S_n = 635,\ b_1 = 5,\ q = 2.}$

Т.к. $635 = \dfrac{5 \cdot (1-2^n)}{1-2}$, то

$-635 = 5 \cdot (1 - 2^n)$;
$-127 = 1 - 2^n$;
$-128 = 2^n$;
$2^7 = 2^n$, поэтому
$n = 7$;

3) $\underline{S_n = 170,\ b_1 = 256,\ q = -\tfrac{1}{2}}$.

Т.к. $S_n = \dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то $170 = \dfrac{256 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)}{\frac{3}{2}}$;

$510 = 512 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)$, тогда $510 = 512 - 512\left(-\frac{1}{2}\right)^n$;

$512\left(-\frac{1}{2}\right)^n = 2$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^n = \dfrac{1}{256}$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^n = \left(-\frac{1}{2}\right)^8$; $n = 8$;

4) $\underline{S_n = -99,\ b_1 = -9,\ q = -2.}$ Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$$-99 = \frac{-9\cdot\left(1-(-2)^n\right)}{1-(-2)};\quad 33 = 1-(-2)^n;$$

$$32 = -(-2)^n;$$

$$-99 = \frac{-9\cdot\left(1-(-2)^n\right)}{3};\quad (-2)^5 = (-2)^n;$$

n = 5.

424.

1) $\underline{b_1 = 7,\ q = 3,\ S_n = 847.}$

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$$847 = 7\cdot 121 = \frac{7\cdot(1-3^n)}{-2};$$

$121\cdot(-2) = 1 - 3^n$;

$243 = 3^n$;

$3^5 = 3^n$, поэтому

$n = 5$; $b_5 = 7 \cdot 3^4 = 567$;

2) $\underline{b_1 = 8,\ q = 2,\ S_n = 4088.}$

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то $4088 = 8\cdot 511 = \frac{8\cdot(1-2^n)}{1-2}$;

$-511 = 1 - 2^n$, $512 = 2^n$;

поэтому $2^9 = 2^n$;

$n = 9$; $b_9 = 8 \cdot 2^8 = 2048$;

3)

$\underline{b_1 = 2,\ b_n = 1458,\ S_n = 2186.}$

Т.к. $b_n = b_1\cdot q^{n-1}$, то

$1458 = 2\cdot q^{n-1}$;

$729 = q^{n-1}$,

получим $q^n = 729q$;

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$$2186 = \frac{2\cdot(1-q^n)}{1-q};$$

$1093(1-q) = 1 - q^n$;

$1093 - 1093q - 1 + q^n = 0$,

т.к. $q^n = 729q$, то

$1092 - 1093q + 729q = 0$;

$1092 - 364q = 0$;

$q = 3$, тогда

$3^{n-1} = 3^6$, $n = 7$;

4) $\underline{b_1 = 1,\ b_n = 2401,\ S_n = 2801.}$

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$,то

$2401 = q^{n-1}$;

$q^n = 2401q$.

Т.к. $S_n = \dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$2801 = \dfrac{1-q^n}{1-q}$;

$2801(1 - q) = 1 - q^n$,
т.к. $q^n = 2401q$, то
$2801(1 - q) = 1 - 2401q$;
$2800 = 2801q - 2401q$;
$2800 = 400q$;
$q = 7$; $q^{n-1} = 2401$, тогда
$7^{n-1} = 7^4$, значит, $n = 5$.

425.
1) $b_1 = 1$; $q = 2$; $b_n = 128$.
Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$128 = 2^{n-1}$, $2^7 = 2^{n-1}$, значит,
$n = 8$.

Т.к. $S_8 = \dfrac{b_1(1-q^8)}{1-q}$, то

$S_8 = \dfrac{1 \cdot (1-2^8)}{1-2} = -(1 - 256) = 255$;

2) $b_1 = 1$; $b_2 = 3$; $q = 3$; $b_n = 243$.
Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$243 = 1 \cdot 3^{n-1}$, $3^5 = 3^{n-1}$, тогда
$n = 6$.

Т.к. $S_6 = \dfrac{b_1(1-q^6)}{1-q}$, то

$S_6 = \dfrac{1 \cdot (1-3^6)}{1-3} = \dfrac{728}{2} = 364$;

3) $b_1 = -1$; $q = -2$; $b_n = 128$.
Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$,
то $128 = -1 \cdot (-2)^{n-1}$;
$-128 = (-2)^{n-1}$;
$(-2)^7 = (-2)^{n-1}$, значит $n = 8$.

Т.к. $S_8 = \dfrac{b_1(1-q^8)}{1-q}$, то $S_8 = \dfrac{1 \cdot (1-256)}{3} = \dfrac{255}{3} = 85$.

4) $b_1 = 5$; $q = -3$; $b_n = 405$.
Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$405 = 5 \cdot (-3)^{n-1}$, $(-3)^{n-1} = 81 = 3^4$; $n = 5$.

Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то $S_5 = \frac{5\cdot(1+243)}{4} = 5\cdot 61 = 305$.

426.

1) Т.к. $b_3 : b_2 = q$, то $q = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$.

Т.к. $b_5 = b_2 \cdot q^3$, то $b_5 = 15 \cdot \frac{125}{27} = \frac{625}{9}$.

Т.к. $b_1 = b_2 : q$, то $b_1 = 15 : \frac{5}{3} = 9$.

$$S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{9\cdot\left(1-\frac{625}{81}\right)}{1-\frac{5}{3}} = -\frac{544}{9} : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{544\cdot 3}{9\cdot 2} = \frac{272}{3} = 90\frac{2}{3}.$$

2) Т.к. $b_4 = b_2 \cdot q^2$, то $b_1 = b_2 : q$,
$686 : 14 = q^2$; $b_1 = 14 : 7 = 2$;
$q^2 = 49$ $q = 7$, т.к. $q>0$;
$b_5 = b_4 \cdot q$.

Тогда $S_4 = \frac{2\cdot(1-7^4)}{1-7} = \frac{2(1-7^4)}{-6} = \frac{1-7^4}{-3} = 800$;

$b_5 = 686 \cdot 7 = 4802$.

427.

1) $b_1 = 3$; $q = 2$. Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то

$S_5 = \frac{3\cdot(1-32)}{1-2} = -3(1-32) = -3\cdot(-31) = 93$;

2) $b_1 = 3$; $b_2 = -\frac{1}{2}$.

Т.к. $b_2 : b_1 = q$, то $q = \frac{1}{2}$. Т.к. $S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q}$, то

$$S_6 = \frac{-1\cdot(1-\frac{1}{64})}{1-\frac{1}{2}} = -2\cdot\left(1-\frac{1}{64}\right) = -2\cdot\frac{63}{64} = -1\frac{31}{32}.$$

428.

$(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+x^{n-3}+\ldots+1)=x^n+x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots+x-$
$-x^{n-1}-x^{n-2}-\ldots-x-1=x^n-1.$

429.

1) $\begin{cases} b_3=b_1q^2 \\ S_3=\dfrac{b_1(1-q^3)}{1-q}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 135=b_1q^2 \\ 195=\dfrac{b_1(1-q^3)}{1-q}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 135=b_1q^2 \\ 195=b_1(1+q+q^2) \end{cases}.$

Поделим 1 на 2 уравнение

$\dfrac{135}{195}=\dfrac{q^2}{1+q+q^2}$, тогда

$\dfrac{9}{13}=\dfrac{q^2}{1+q+q^2}$;

$13q^2-9q^2-9q-9=0;$
$4q^2-9q-9=0.$

Решим:

$q=\dfrac{9\pm\sqrt{81+4\cdot4\cdot9}}{8}=\dfrac{9\pm15}{8}$, т.е.

$q=3$ или $q=-\dfrac{3}{4}$. Если $q=3$, то

$b_1=\dfrac{135}{9}=15$, и $b_1=\dfrac{135}{\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}=\dfrac{135\cdot16}{9}=240$, если $q=-\dfrac{3}{4}$.

Ответ: $q=3$, $b_1=15$ или $q=-\dfrac{3}{4}$, $b_1=240$.

2) Т.к. $S_3=\dfrac{b_1\cdot(1-q^3)}{1-q}$, то

$372=\dfrac{12\cdot(1-q^3)}{1-q}$, $q\neq1$;

$1+q+q^2=31;$
$q^2+q-30=0.$

Решим:

$q=-6$, $q_2=5$. Если $q_1=-6$, то
$b_3=12\cdot(-6)^2=432$, и $b_3=12\cdot5^2=300$, если $q_2=5$.
Ответ: $q=-6$, $b_3=432$ или $q=5$, $b_3=300$.

430.

1) Т.к. $b_3 = b_1 \cdot q^2$, $b_5 = b_1 \cdot q^4$ и
$b_3 + b_5 = 90$, то
$b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^4 = 90$, тогда
$q^2 + q^4 – 90 = 0$.
Обозначим $q^2 = t$, получим $t^2 + t – 90 = 0$. Решим:
$t_1 = 9$; $t_2 = – 10$.
Тогда $q^2 = 9$ т.к. $q^2 = – 10$ не имеет решения.
Поэтому $q_1 = 3$; $q_2 = – 3$.
Ответ: $q = 3$ или $q = – 3$.

2) Т.к. $b_4 = b_2 \cdot q^2$, $b_6 = b_2 \cdot q^4$ и $b_4 + b_6 = 60$, то
$b_2 \cdot q^2 + b_2 \cdot q^4 = 60$, тогда
$3q^2 + 3q^4 – 60 = 0$;
$q^4 + q^2 – 20 = 0$.
Обозначим $q^2 = t$, значит $t^2 + t – 20 = 0$. Решим:
$t_1 = 4$; $t_2 = – 5$.
Тогда $q^2 = 4$ т.к. $q^2 = – 5$ – не имеет решения.
Поэтому $q_1 = 2$; $q_2 = – 2$.
Ответ: $q = 2$ или $q = – 2$.

3) $\begin{cases} b_1 - b_3 = 15 \\ b_2 - b_4 = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 - b_1 q^2 = 15 \\ b_1 q - b_1 q^3 = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 \cdot (1 - q^2) = 15 \\ b_1 \cdot q(1 - q^2) = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{b_1}{b_1 q} = \dfrac{15}{30} \\ b_1 \cdot (1 - q^2) = 15 \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{1}{q} = \dfrac{1}{2} \\ b_1 \cdot (1 - q^2) = 15 \end{cases}$ $\begin{cases} q = 2 \\ b_1 = -5 \end{cases}$

Значит, $S_{10} = \dfrac{b_1 \cdot (1 - q^{10})}{1 - q} = \dfrac{-5 \cdot (1 - 2^{10})}{1 - 2} = 5 \cdot (1 - 1024) = -5115$.

4) $\begin{cases} b_3 - b_1 = 24 \\ b_5 - b_1 = 624 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 \cdot q^2 - b_1 = 24 \\ b_1 \cdot q^4 - b_1 = 624 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 \cdot (q^2 - 1) = 24 \\ b_1 \cdot (q^4 - 1) = 624 \end{cases}$.

Поделим 1 на 2 уравнение

$\dfrac{q^2 - 1}{q^4 - 1} = \dfrac{24}{624}$.

Тогда $\dfrac{q^2 - 1}{(q^2 + 1)(q^2 - 1)} = \dfrac{1}{26}$;

$q^2 + 1 = 26$;

$q^2 = 25$, $q_1 = 5$; $q_2 = -5$, $b_1 = \frac{24}{24} = 1$.

Если q = 5, то $S_5 = \frac{b_1 \cdot (1-q^5)}{1-q} = \frac{1-5^5}{1-5} = \frac{1-3125}{-4} = 781$.

Если q = – 5, то $S_5 = \frac{b_1 \cdot (1-q^5)}{1-q} = \frac{1(1+3125)}{6} = \frac{3126}{6} = 521$.

Ответ: $S_5 = 781$, если q = 5; $S_5 = 521$, если q = – 5.

431.

1) $\underline{b_1 = 1; b_2 = \frac{1}{2}; b_3 = \frac{1}{4}}$; …

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2} < 1$, значит прогрессия бесконечно убывает;

2) $\underline{b_1 = \frac{1}{3}; b_2 = \frac{1}{9}}; \underline{b_3 = \frac{1}{27}}$ …

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1/9}{1/3} = \frac{1}{3} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает;

3) $\underline{b_1 = -81; b_2 = -27; \ldots}$

$q = \frac{b_{17}}{b_{16}} = \frac{-27}{-81} = \frac{1}{3} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает;

4) $\underline{b_1 = -16; b_2 = -8; \ldots}$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает.

432.

1) $\underline{b_1 = 40; b_2 = 20; \ldots}$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-20}{40} = -\frac{1}{2}$; $|q| = \frac{1}{2} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает;

2) $\underline{b_7 = 12; b_{11} = \frac{3}{4}; \ldots}$

Т.к. $b_{11} = b_7 \cdot q^4$, то $\frac{3}{4} = 12 \cdot q^4$.

Тогда $q^4 = \frac{1}{16}$ и $q = \frac{1}{2}$ или $q = -\frac{1}{2}$, $|q| = \frac{1}{2} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает;

3) $\underline{b_7 = -30;\ b_6 = 15;\ldots}$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-30}{15} = -2$; $|q| = 2>1$, значит, прогрессия не бесконечно убывающая;

4) $\underline{b_5 = -9;\ b_9 = -\frac{1}{27};\ldots}$

Т.к. $b_9 = b_5 \cdot q^4$, то $-\frac{1}{27} = -9 \cdot q^4$.

Отсюда $q^4 = \frac{1}{243}$.

Тогда $q = \pm\frac{1}{3\sqrt[4]{3}}$, $|q| = \frac{1}{3\sqrt[4]{3}} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает.

433.

1) $1;\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{9}\ldots$

$q = \frac{1}{3}$, т.к. $|q|<1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$; $S = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$;

2) $6;\ 1;\ \frac{1}{6}\ldots$

$q = \frac{1}{6}$, т.к. $|q|<1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$, т.е. $S = \frac{6}{1-\frac{1}{6}} = \frac{6 \cdot 6}{5} = \frac{36}{5}$;

3) $-25;\ -5;\ -1\ldots$

$q = \frac{1}{5}$, т.к. $|q|<1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$, т.е.

$S = \frac{-25}{1-\frac{1}{5}} = \frac{-25 \cdot 5}{4} = -\frac{125}{4}$;

4) $-7;\ -1;\ -\frac{1}{7}\ldots$

$q = \frac{1}{7}$, т.к. $|q|<1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$, т.е.

$S = \frac{-7}{1-\frac{1}{7}} = \frac{-7 \cdot 7}{6} = -\frac{49}{6}$.

434.

1) $b_1 = \frac{1}{8}$, $q = \frac{1}{2}$, $S = \frac{b_1}{1-q}$;

$S = \frac{1/8}{1-1/2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$;

2) $b_1 = 9$, $q = -\frac{1}{3}$, $S = \frac{b_1}{1-q}$;

$S = \frac{9}{1+1/3} = \frac{9\cdot 3}{4} = 6\frac{3}{4}$;

3) $b_5 = \frac{1}{81}$, $q = \frac{1}{3}$.

Т.к. $b_5 = b_1 \cdot q^4$, то

$\frac{1}{81} = b_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4$, $b_1 = 1$.

Тогда $S = \frac{1}{1-1/3} = \frac{3}{2} = 1{,}5$;

4) $b_4 = -\frac{1}{8}$, $q = -\frac{1}{2}$.

Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то

$-\frac{1}{8} = b_1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$, $b_1 = 1$.

Тогда $S = \frac{1}{1+1/2} = \frac{2}{3}$.

435.

1) $\underline{b_n = 3\cdot(-2)^n}$;

$b_1 = -6$; $b_2 = 12$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{-6} = -2$. Т.к. $|q| = 2>1$, то b_n – не бесконечно убывающая геометрическая прогрессия;

2) $\underline{b_n = -3\cdot 4^n}$; $b_1 = -12$; $b_2 = -48$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-48}{-12} = 4$. Т.к. $|q| = 4>1$, то b_n – не бесконечно убывающая геометрическая прогрессия;

3) $\underline{b_n = 2\cdot}\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$;

$b_1 = 2$; $b_2 = -\frac{2}{3}$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-2/3}{2} = -\frac{1}{3}$.

Т.к. $|q| = \frac{1}{3}<1$, то b_n – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия;

4) $\underline{n = 5\cdot}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$;

$b_1 = 5$; $q = -\frac{1}{2}$. Т.к. $|q| = \frac{1}{2}<1$, то b_n – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

436.

1) $b_1 = 12$, $q = \dfrac{1}{3}$;

$S = \dfrac{b_1}{1-q}$; $S = \dfrac{12}{1-\frac{1}{3}} = \dfrac{12\cdot 3}{2} = 18$;

2) $b_1 = 100$, $q = \dfrac{1}{10}$;

$S = \dfrac{b_1}{1-q}$; $S = \dfrac{100}{1+\frac{1}{10}} = \dfrac{1000}{11} = 90\dfrac{10}{11}$.

437.

1) Т.к. $b_5 = b_1 \cdot q^4$, то $\dfrac{\sqrt{2}}{16} = b_1 \cdot \dfrac{1}{2^4} = \dfrac{b_1}{16}$, значит,

$b_1 = \sqrt{2}$. Тогда $S = \dfrac{\sqrt{2}}{1-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$.

Ответ: $S = 2\sqrt{2}$.

2) Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то $\dfrac{9}{8} = b_1 \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$,

отсюда $b_1 = \dfrac{9}{8} \cdot \dfrac{8}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}$;

и $S = \dfrac{\sqrt{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \dfrac{4\sqrt{3}+6}{1} = 4\sqrt{3}+6$.

Ответ: $S = 4\sqrt{3} + 6$.

438.

а) Т.к. $S = \dfrac{b_1}{1-q}$, то $150 = \dfrac{b_1}{1-\frac{1}{3}}$, $150 \cdot \dfrac{2}{3} = b_1$;

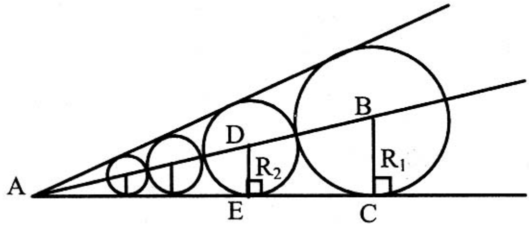
$b_1 = 100$;

б) Т.к. $S = \dfrac{b_1}{1-q}$, то $150 = \dfrac{75}{1-q}$. Тогда $2 = \dfrac{1}{1-q}$; $1 - q = \dfrac{1}{2}$, $q = \dfrac{1}{2}$.

439.

Т.к. $b_1 = a$; $q = \dfrac{1}{2}$, то получим $S = \dfrac{a}{1-\frac{1}{2}} = 2a$.

440.



Так как все окружности вписаны в угол, то их центры лежат на биссектрисе угла A.

Тогда AB = $\dfrac{R}{\sin 30°} = 2R = \dfrac{R}{1/2} = 2R$, AD = AB + R_1 + R_2.

Т.к. ΔADE ~ ΔABC, то получаем $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{R_1}{R_2}$.

Тогда $\dfrac{2R_1}{R_1 - R_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$, $R_2 = \dfrac{1}{3}R_1$.

Действуя аналогично, рассматривая подобные треугольники, получим что $R_n = R_1 \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$.

Покажем, что $R_1 + 2(R_2 + R_3 + \ldots R_n + \ldots) = 2R_1$. Пусть $b_n = R_{n+1}$, $q = 1/3$.

Тогда $S = \dfrac{b_1}{1-q}$.

Значит $S = \dfrac{R_2}{1 - \frac{1}{3}} = \dfrac{3R_2}{2} = \dfrac{3 \cdot \frac{1}{3} R_1}{2} = \dfrac{R_1}{2}$,

отсюда $R_1 + 2S = R_1 + 2\dfrac{R_1}{2} = 2R_1$.

441.

1) 0,(5) = 0,5555…

Обозначим через

y = 0,(5). Умножим обе части равенства на 10.

Тогда 5 + 0,(5) = 10y, но y = 0,(5), следовательно,

$5 + y = 10y$,

$5 = 9y$.

Итак, $y = \dfrac{5}{9}$, $\Rightarrow 0,(5) = \dfrac{5}{9}$.

2) 0,(9) = 0,999…
Обозначим через y = 0,(9),
умножим на 10,
9 + 0,(9) = 10y;
9 + y = 10y;
9 = 9y, тогда y = 1; 0,(9) = 1;
3) 0,(12) = 0,1212…
Обозначим через
y = 0,(12), умножим на 100:
12 + 0,(12) = 100y, 0,(12) = y, значит,
12 + y = 100y;
12 = 99y;
$y = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$.

Отсюда 0,(12) = $\frac{4}{33}$.

4) 0,2(3) = 0,2333…
Обозначим через
0,(3) = y, 0,2(3) = 0,2 + 0,0(3) = 0,2 + 0,(3) · 0,1.
Вычислим 0,(3), затем искомое
3 + 0,(3) = 10y;
3 = 9y;
$y = \frac{1}{3}$. Тогда 0,2(3) = 0,2 + $\frac{1}{3}$ · 0,1 = $\frac{1}{5} + \frac{1}{30} = \frac{7}{30}$.

446.

1) $\underline{a_n = n(n+3)}$;
n = 1, $a_1 = 1\cdot(1 + 3) = 4$; n = 2, $a_2 = 2\cdot(2 + 3) = 2 \cdot 5 = 10$;
n = 3, $a_3 = 3\cdot(3 + 3) = 3 \cdot 8 = 18$;
2) $\underline{a_n = 4^n}$;
n = 1, $a_1 = 4$; n = 2, $a_2 = 16$; n = 3, $a_3 = 64$;
3) $\underline{a_n = 5 \cdot 2^n}$;
n = 1, $a_1 = 5\cdot 2 = 10$; n = 2, $a_2 = 5\cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$;
n = 3, $a_3 = 5\cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$;

4) $\underline{a_n = \sin} \frac{\pi}{n}$;

n = 1, $a_1 = \sin\pi = 0$; n = 2, $a_2 = \sin\frac{\pi}{2} = 1$;

n = 3, $a_3 = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

447.

1) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$;

n = 10, $a_{10} = \frac{10-1}{10+1} = \frac{9}{11}$; n = 30,

$a_{30} = \frac{30-1}{30+1} = \frac{29}{31}$;

2) $a_n = \frac{n+9}{2n-1}$;

n = 10, $a_{10} = \frac{10+9}{2\cdot10-1} = \frac{19}{19} = 1$; n = 30, $a_{30} = \frac{30+9}{2\cdot30-1} = \frac{39}{59}$;

3) $a_n = |n - 15| - 5$;

n = 10, $a_{10} = |10 - 15| - 5 = 0$; n = 30,

$a_{30} = |30 - 15| - 5 = 10$;

4) $a_n = 10 - |n - 20|$;

n = 10, $a_{10} = 10 - |10 - 20| = 0$; n = 30, $a_{30} = 10 - |30 - 20| = 0$.

448.

$a_2 = 1 - 0{,}5\cdot a_1 = 1 - 0{,}5\cdot 2 = 0$;

$a_4 = 1 - 0{,}5\cdot a_3 = \frac{1}{2}$;

$a_6 = 1 - 0{,}5\cdot a_5 = 1 - 0{,}5\cdot\frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$;

$a_3 = 1 - 0{,}5\cdot a_2 = 1$;

$a_5 = 1 - 0{,}5\cdot a_4 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$;

$a_7 = 1 - 0{,}5\cdot a_6 = 1 - 0{,}5\cdot\frac{5}{8} = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$.

449.

1) 4; $4\frac{1}{3}$; $4\frac{2}{3}$;… $a_1 = 4$; $d = a_2 - a_1 = \frac{1}{3}$;

$a_4 = 4 + \frac{1}{3}\cdot 3 = 5$; $a_5 = 4 + \frac{1}{3}\cdot 4 = 5\frac{1}{3}$;

2) $3\frac{1}{2}$; 3; $2\frac{1}{2}$;…

$a_1 = 3\frac{1}{2}$; $d = a_2 - a_1 = -\frac{1}{2}$;

$a_4 = 3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot 3 = 2$; $a_5 = 2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$;

3) $1;\ 1+\sqrt{3};\ 1+2\sqrt{3};\ldots$

$a_1 = 1;\ d = a_2 - a_1 = \sqrt{3};$

$a_4 = 1 + \sqrt{3}\cdot 3 = 1 + 3\sqrt{3};\ a_5 = 1 + 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 1 + 4\sqrt{3};$

4) $\sqrt{2};\ \sqrt{2} - 3;\ \sqrt{2} - 6;\ldots$

$a_1 = \sqrt{2};\ d = a_2 - a_1 = -3;$

$a_4 = \sqrt{2} - 3\cdot 3 = \sqrt{2} - 9;\ a_5 = \sqrt{2} - 9 - 3 = \sqrt{2} - 12.$

450.

Найдем $a_{n+1} = -2(1-(n+1)) = -2(-n) = 2n;$

$a_{n+1} - a_n = 2n - (-2(1-n)) = 2n + 2(1-n) = 2n + 2 - 2n = 2.$

Т.к. $a_{n+1} - a_n$ – не зависит от n, то a_n – арифметическая прогрессия.

451.

1) $\underline{a_1 = 6;\ d = \frac{1}{2}}$.

Т.к. $a_5 = a_1 + 4d$, то $a_5 = 6 + 4\cdot\frac{1}{2} = 6 + 2 = 8;$

2) $\underline{a_1 = -3\frac{1}{3};\ d = -\frac{1}{3}}$.

Т.к. $a_7 = a_1 + 6d$, то

$a_7 = -3\frac{1}{3} + 6\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) = -3\frac{1}{3} - 2 = -5\frac{1}{3}.$

452.

1) $\underline{a_1 = -1;\ a_2 = 1}$;

$d = a_2 - a_1 = 1 - (-1) = 2.$

Т.к. $S_{20} = \frac{2a_1 + 19d}{2}\cdot 20$, то

$S_{20} = \frac{-2+38}{2}\cdot 20 = 360;$

2) $\underline{a_1 = 3;\ a_2 = -3}$;

$d = a_2 - a_1 = -3 - 3 = -6.$

Т.к. $S_{20} = \frac{2a_1 + 19d}{2}\cdot 20$, то

$S_{20} = \frac{6-114}{2}\cdot 20 = -1080.$

453.

1) $\underline{a_1 = -2;\ a_n = -60;\ n = 10}$.

Т.к. $S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2}\cdot 10$, то

$S_{10} = (-2 - 60)\cdot 5 = -310;$

2) $\underline{a_1 = \frac{1}{2};\ a_n = 25\frac{1}{2};\ n = 11}$.

Т.к. $S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2}\cdot 11$, то

$S_{11} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} + 25\cancel{\frac{1}{2}}}{2}\cdot 11 = 13\cdot 11 = 143;$

454.

$a_1 = -38$; $d = 5$; $a_n = 12$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n-1)d$, то

$12 = -38 + (n-1)5$;

$50 = (n-1)\cdot 5$.

Значит $n - 1 = 10$, $n = 11$;

$$S_{11} = \frac{-38+12}{2}\cdot 11 = -\frac{26}{2}\cdot 11 = -143.$$

Ответ: $S_{11} = -143$.

2) $a_1 = -17$; $d = 3$; $a_n = 13$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n-1)d$, то

$13 = -17 + (n-1)\cdot 3$;

$30 = (n-1)\cdot 3$;

$n - 1 = 10$;

$n = 11$ $S_{11} = \frac{-17+13}{2}\cdot 11 = -2\cdot 11 = -22$.

Ответ: $S_{11} = -22$.

455.

1) $3; 1; \frac{1}{3} \ldots$

$q = b_2:b_1 = \frac{1}{3}$.

Тогда $b_4 = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{9}$; $b_5 = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$;

2) $\frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16} \ldots$

$q = b_2:b_1 = -\frac{1}{8}\cdot 4 = -\frac{1}{2}$.

Тогда $b_4 = \frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{32}$; $b_5 = -\frac{1}{32}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{64}$;

3) $3; \sqrt{3}; 1\ldots$

$q = b_2:b_1 = \sqrt{3}/3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Тогда $b_4 = 3\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $b_5 = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}$;

4) если 5; $-5\sqrt{2}$; 10…

$q = b_2 : b_1 = -5\sqrt{2} : 5 = -\sqrt{2}$.

Тогда $b_4 = 5 \cdot (-\sqrt{2})^3 = -10\sqrt{2}$;

$b_5 = -10\sqrt{2}\,(-\sqrt{2}) = 20$.

456.

1) $\underline{-2; 4; -8;}$

$b_1 = -2$; $q = -2$.

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$,

$b_n = -2 \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^n$;

2) $\underline{-\frac{1}{2}; 1; -2}$;

$b_1 = -\frac{1}{2}$; $q = -2$.

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$b_n = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^{n-2}$.

457.

1) $\underline{b_1 = 2; q = 2; n = 6.}$

Т.к. $b_6 = b_1 \cdot q^5$, то

$b_6 = 2 \cdot 2^5 = 2 \cdot 35 = 70$;

2) $\underline{b_1 = \frac{1}{8}; q = 5; n = 4.}$

Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то

$b_4 = \frac{1}{8} \cdot 5^3 = \frac{125}{8}$.

458.

1) $\underline{b_1 = \frac{1}{2}; q = -4; n = 5.}$

Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то

$$S_5 = \frac{\frac{1}{2} \cdot (1-(-4)^5)}{1+4} = \frac{1+1024}{2 \cdot 5} = 102{,}5$$

2) $\underline{b_1 = 2; q = -\frac{1}{2}; n = 10;}$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1+\frac{1}{2}} = \frac{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{1024}\right)}{3} = \frac{4 \cdot 1023}{3 \cdot 1024} = \frac{341}{256} = 1\frac{85}{256}$$

3) $\underline{b_1 = 10; q = 1; n = 6;}$

$S_6 = b_1 \cdot 6 = 10 \cdot 6 = 60$;

4) $\underline{b_1 = 5; q = -1; n = 9.}$

Т.к. $S_9 = \frac{b_1(1-q^9)}{1-q}$, то

$S_9 = \frac{5 \cdot (1+1)}{1+1} = 5$.

459.

1) 128; 64; 32; … n = 5;

$b_1 = 128$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$.

Тогда $S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{128\cdot\left(1-\frac{1}{64}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2(128-2)}{1} = 2\cdot 126 = 252$;

2) 162; 54; 18; … n = 5;

$b_1 = 162$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{54}{162} = \frac{1}{3}$;

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{162\cdot\left(1-\frac{1}{3^5}\right)}{1-\frac{1}{3}} = -81\cdot\left(1-\frac{1}{243}\right)\cdot 3 =$$

$$= \frac{-81\cdot(-242)\cdot 3}{243} = 242$$

3) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; … n = 5;

$b_1 = \frac{2}{3}$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 2} = \frac{3}{4}$;

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{\frac{2}{3}\cdot\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^5\right)}{1-\frac{3}{4}} = \frac{2\cdot 4\cdot\left(1-\frac{243}{1024}\right)}{3} = \frac{8\cdot 781}{3\cdot 1024} =$$

$$= \frac{781}{384} = 2\frac{13}{384};$$

4) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; … n = 4; $b_1 = \frac{3}{4}$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1\cdot 4}{2\cdot 3} = \frac{2}{3}$;

$$S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{\frac{3}{4}\cdot\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)}{1-\frac{2}{3}} = \frac{3\cdot 3\cdot\left(1-\frac{16}{81}\right)}{4} = \frac{9\cdot 65}{81\cdot 4} = \frac{65}{36} = 1\frac{29}{36}.$$

460.

1) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$;…

$q = b_2 : b_1 = -\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$.

Т.к. $\left|-\frac{1}{2}\right| < 1$, то b_n – бесконечно убывает

и $S = \frac{1/2}{1 + 1/2} = \frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$;

2) – 1; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{16}$;…

$q = b_2 : b_1 = \frac{1}{4} : -1 = -\frac{1}{4}$.

Т.к. $\left|-\frac{1}{4}\right| < 1$, то b_n – бесконечно убывает

и $S = \frac{-1}{1 + 1/4} = \frac{-1}{\frac{5}{4}} = \frac{-4}{5}$.

461.

$n = 1$, $a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$;

$n = 2$, $a_4 = \frac{a_2 + a_3}{2} = \frac{3 + 1}{2} = 2$;

$n = 3$, $a_5 = \frac{a_3 + a_4}{2} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2}$.

462.

Т.к. $a_8 = a_1 + 7d$, то

$23\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} + 7d$ и $d = 3$.

463.

1) <u>$a_1 = 5$; $a_3 = 15$.</u>

Т.к. $_3 = a_1 + 2d$, то

$15 = 5 + 2d$;

$d = 5$;

$a_2 = 10$;

$a_3 = 15$; $a_4 = 20$; $a_5 = 25$;

Ответ: 5; 10; 15; 20; 25.

2) <u>$a_3 = 8$; $a_5 = 2$.</u>

Т.к. $a_5 = a_3 + 2d$, то

$2 = 8 + 2d$;

$d = -3$;

$a_4 = 5$; $a_2 = 11$; $a_1 = 14$.

Ответ: 14; 11; 8; 5; 2.

464.

Чтобы a_1, a_2, a_3 были членами арифметической прогрессии, надо, чтобы $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$,

тогда $a_2 = \frac{-10 + 5}{2} = -\frac{5}{2} = -2{,}5$.

465.

1) $\underline{a_{13} = 28; a_{20} = 38.}$

Т.к. $a_{20} = a_{13} + 7d$, то

$38 = 28 + 7d$.

Значит $10 = 7d$

и $d = 1\frac{3}{7}$;

$a_{19} = a_{20} - d$;

$a_{19} = 38 - 1\frac{3}{7} = 36\frac{4}{7}$.

Т.к. $a_{13} = a_1 + 12d$, то

$a_1 = 28 - 12 \cdot 1\frac{3}{7} =$

$= 28 - 12 - 5\frac{1}{7} = 10\frac{6}{7}$.

Ответ: $a_1 = 10\frac{6}{7}$; $a_{19} = 36\frac{4}{7}$.

2) $\underline{a_{18} = -6; a_{20} = 6.}$

Т.к. $a_{19} = \frac{a_{18} + a_{20}}{2}$, то

$a_{19} = \frac{-6+6}{2} = 0$.

Отсюда $d = a_{20} - a_{19} = 6$.

Т.к. $a_{20} = a_1 + 19d$, то

$6 = a_1 + 19 \cdot 6$;

$a_1 = 6 - 19 \cdot 6 = -108$.

Ответ: $a_1 = -108$; $a_{19} = 0$.

466.

1) Для того, чтобы это была арифметическая прогрессия надо, чтобы

$$\frac{x+2}{2} = \frac{(3x+2x\text{-}1)}{2} = \frac{5x-1}{2};$$

$x + 2 = 5x - 1$;

$4x = 3$;

$x = \frac{3}{4}$;

2) Для того, чтобы это была арифметическая прогрессия надо, чтобы

$$2 = \frac{3x^2 + 11x}{2};$$

$3x^2 + 11x - 4 = 0$.

Решим:

$x_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{-24}{6} = -4$.

Ответ: $\frac{1}{3}$; -4.

467.

1) $\underline{b_1 = \sin(\alpha + \beta);\ b_2 = \sin\alpha \cdot \cos\beta;\ b_3 = \sin(\alpha - \beta).}$

Если $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$, то b_1, b_2, b_3, — арифметическая прогрессия;

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2} = \frac{2\sin\alpha \cdot \cos\beta}{2} = \sin\alpha \cdot \cos\beta .$$

Верно.

2) $\underline{b_1 = \cos(\alpha + \beta);\ b_2 = \cos\alpha \cdot \cos\beta;\ b_3 = \cos(\alpha - \beta).}$

Если $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$, то b_1, b_2, b_3 – арифметическая прогрессия

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2} = \frac{2\cos\alpha \cdot \cos\beta}{2} = \cos\alpha \cdot \cos\beta .$$

Верно.

3) $\underline{b_1 = \cos 2\alpha;\ b_2 = \cos^2\alpha;\ b_3 = 1.}$

Если $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$, то b_1, b_2, b_3 – арифметическая прогрессия

$$\cos^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2} = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{2} =$$

$$= \frac{2\cos^2\alpha}{2} = \cos^2\alpha .$$

Верно.

4) $\underline{b_1 = \sin 5\alpha;\ b_2 = \sin 3\alpha \cos 2\alpha;\ b_3 = \sin\alpha.}$

Нужно $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$, чтобы b_1, b_2, b_3 были арифметической прогрессией

$$\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = \frac{\sin 5\alpha + \sin\alpha}{2};\ \sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = \frac{2\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha}{2};$$

$\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = \sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha$. Верно.

468.

$d = a_2 - a_1 = 7 - 5 = 2$.

Тогда $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$;

$$252 = \frac{10 + (n-1)\cdot 2}{2} \cdot n;$$

$504 = (8 + 2n)\cdot n$; $252 = (4 + n)\cdot n$; $n^2 + 4n - 252 = 0$. Решим:

$n_1 = 14$; $n_2 = -32$ – не натуральное число.

Ответ: 14.

469.

1) $\underline{a_1 = 40,\ n = 20,\ S_{20} = -40.}$

Т.к. $S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20$, то

$-40 = (a_1 + a_{20}) \cdot 10.$

Значит $-4 = (40 + a_{20})$;

$a_{20} = -44.$

Т.к. $d = \frac{a_{20} - a_1}{19}$, то

$d = \frac{-44 - 40}{19} = \frac{-84}{19} = -4\frac{8}{19}.$

Ответ: $a_{20} = -44$, $d = -4\frac{8}{19}$.

2) $\underline{a_1 = \frac{1}{3},\ n = 16,\ S_{16} = -10\frac{2}{3}}.$

Т.к. $S_{16} = \frac{a_1 + a_{16}}{2} \cdot 16$, то

$S_{16} = \frac{2a_1 + 15d}{2} \cdot 16.$

Значит $-10\frac{2}{3} = \left(\frac{2/3 + 15d}{2}\right) \cdot 16$;

$-10\frac{2}{3} = 2/3 + 15d \cdot 8$;

$-16 = 120d$;

$d = -\frac{2}{15}.$

Т.к. $a_{16} = a_1 + 15d$, то

$a_{16} = \frac{1}{3} + 15 \cdot \left(-\frac{2}{15}\right) = \frac{1}{3} - 2 = -1\frac{2}{3}.$

Ответ: $a_{16} = -1\frac{2}{3}$, $d = -\frac{2}{15}$.

470.

1) Т.к. $b_9 = b_1 \cdot q^8$,
то $b_9 = 4 \cdot (-1)^8 = 4.$
2) Т.к. $b_7 = b_1 \cdot q^6$,
то $b_7 = 1 \cdot (\sqrt{3})^6 = 27.$

471.

1) $b_2 = \frac{1}{2}$, $b_7 = 16$;

$b_7 = b_2 \cdot q^5$,
тогда

$16 = \frac{1}{2} \cdot q^5$, $q^5 = 32$, $q = 2$.

Т.к. $b_5 = b_2 \cdot q^3$, то

$b_5 = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$;

2) $b_3 = -3$, $b_6 = -81$;

$b_6 = b_3 \cdot q^3$,
тогда

$-81 = -3 \cdot q^3$;

$q^3 = 27$, значит $q = 3$.
Т.к. $b_5 = b_3 \cdot q^2$, то

$b_5 = -3 \cdot 9 = -27$;

3) $\underline{b_2 = 4, b_4 = 1.}$

Т.к. $b_4 = b_2 \cdot q^2$, то

$1 = 4 \cdot q^2$;

$q_{1,2} = \pm\frac{1}{2}$.

Если $q = \frac{1}{2}$, то

$b_5 = b_4 \cdot q$,

имеем: $b_5 = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Если $q = -\frac{1}{2}$,

то $b_5 = b_4 \cdot q$, имеем: $b_5 = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $b_5 = \frac{1}{2}$ или $b_5 = -\frac{1}{2}$.

4) $\underline{b_2 = -\frac{1}{5}, b_6 = -\frac{1}{125}}$.

Т.к. $b_6 = b_4 \cdot q^2$, то

$-\frac{1}{125} = -\frac{1}{5} \cdot q^2$

$q^2 = \frac{1}{25}$, $q_{1,2} = \pm\frac{1}{5}$

Если $q = \frac{1}{5}$,

то $b_5 = -\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = -\frac{1}{25}$.

Если $q = -\frac{1}{5}$,

то $b_5 = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$.

Ответ: $b_5 = -\frac{1}{25}$ или $b_5 = \frac{1}{25}$.

472.

Чтобы b_1; b_2; b_3 – были членами геометрической прогрессии, необходимо, чтобы

$b_2^2 = b_1 \cdot b_3$, значит,

$b_2^2 = 36$, $b_2 = 6$ или $b_2 = -6$.

473.

1) $\underline{b_n = 5^{n+1}}$ – последовательность;

$b_1 = 25$; $b_2 = 125$, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{125}{25} = 5 > 1$, не является бесконечно убывающей;

2) $\underline{b_n = (-4)^{n+2}}$ – последовательность;

$b_1 = -64$; $b_2 = 256$, $q = \frac{256}{-64} = -4$, $|q|>1$, не является бесконечно убывающей;

3) $\underline{b_n = \frac{10}{7^n}}$ – последовательность;

$b_1 = \frac{10}{7}$; $b_2 = \frac{b_2}{b_1} = \frac{10}{49} \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{7} < 1$, b_n – бесконечно убывает;

4) $b_n = \dfrac{50}{3^{n+3}}$ – последовательность;

$b_1 = -\dfrac{50}{81}$; $b_2 = \dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{50}{243} \cdot \dfrac{81}{50} = \dfrac{1}{3} < 1$,

b_n – бесконечно убывает.

474.

1) $b_2 = -81$, $S_2 = 162$.

Т.к. $S_2 = b_1 + b_2$, то

$162 = b_1 - 81$, отсюда

$b_1 = 243$;

$q = \dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{-81}{243} = -\dfrac{1}{3}$;

$|q| = \left|-\dfrac{1}{3}\right| < 1$, значит, b_n бесконечно убывает;

2) $b_2 = 33$, $S_2 = 67$.

Т.к. $S_2 = b_1 + b_2$, то

$67 = b_1 + 33$, $b_1 = 34$, $q = \dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{33}{34} < 1$,

значит, b_n бесконечно убывает.

3) Пусть $b_1 + b_3 = 130$; $b_1 - b_3 = 120$, запишем систему

$\begin{cases} b_1 + b_3 = 130 \\ b_1 - b_3 = 120 \end{cases}$; $\begin{cases} 2b_1 = 250 \\ 2b_3 = 10 \end{cases}$; $\begin{cases} b_1 = 125 \\ b_3 = 5 \end{cases}$;

Т.к. $b_3 = b_1 \cdot q^2$, то

$5 = 125 \cdot q^2$, $q^2 = \dfrac{1}{25}$, $q = \pm\dfrac{1}{5}$,

$\left|\pm\dfrac{1}{5}\right| < 1$, значит, b_n бесконечно убывает;

4) Пусть $b_2 + b_4 = 68$; $b_2 - b_4 = 60$, решим систему

$\begin{cases} b_2 + b_4 = 68 \\ b_2 - b_4 = 60 \end{cases}$; $\begin{cases} 2b_2 = 128 \\ 2b_4 = 8 \end{cases}$; $\begin{cases} b_2 = 64 \\ b_4 = 4 \end{cases}$;

Т.к. $b_4 = b_2 \cdot q^2$, то

$4 = 64 \cdot q^2$;

$q^2 = \dfrac{1}{16}$ $q = \pm\dfrac{1}{4}$;

$\left|\pm\dfrac{1}{4}\right| < 1$ значит, b_n бесконечно убывает.

475.

Пусть n – номер дня, a_n – количество минут в n день.

Т.к. $a_n = a_1 + (n – 1)d$, то

$40 = 5 + (n – 1) \cdot 5;$

$35 = (n – 1) \cdot 5;$

$n – 1 = 7$ значит $n = 8$.

Ответ: Восьмой день от среды – среда.

476.

Решим систему относительно a_1 и d:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 15 \\ a_1 a_2 a_3 = 80 \end{cases}; \quad \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 15 \\ a_1(a_1 + d)(a_1 + 2d) = 80 \end{cases};$$

$3a_1 + 3d = 15;$

$a_1 + d = 5;$

$a_1 = 5 – d.$

Подставим во второе уравнение системы:

$(5 – d)(5 – d + d)(5 – d + 2d) = 80;$

$5(5 – d)(5 + d) = 80;$

$25 – d^2 = 16;$

$d^2 = 9$. Значит,

$d = 3$ или $d = – 3$.

Тогда $a_1 = 5 – 3 = 2$ или $a_1 = 5 + 3 = 8$.

Ответ: $d = 3$, $a_1 = 2$; $d = – 3$, $a_1 = 8$.